

+

จุดประสงค์ของแบบฝึกทักษะ
ลำดับและอนุกรม

1. เพื่อให้ครูและนักเรียนใช้ประกอบการเรียนการสอน
2. เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาทบทวนเนื้อหาได้ด้วยตนเอง
3. เพื่อสร้างและเสริมเนื้อหาที่มีอยู่ในหนังสือเรียนให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น
4. เพื่อช่วยให้การเรียนการสอนสัมฤทธิ์ผลตามที่กำหนดไว้ในตัวชี้วัด
5. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ใช้เวลาเต็มที่ในการเรียนรู้ และทำแบบฝึกทักษะ
6. เพื่อสร้างความเข้าใจในเนื้อหาลำดับและอนุกรมให้เข้าใจชัดเจนยิ่งขึ้น



คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะ

แบบฝึกทักษะ ลำดับและอนุกรม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ตามหัวข้อเรื่อง/เนื้อหา ที่แตกต่างกัน โดยมีแบบฝึกทักษะ ทั้งหมด 6 ชุด ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- ❁ ชุดที่ 1 ความหมายของลำดับและอนุกรม
- ❁ ชุดที่ 2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- ❁ ชุดที่ 3 ลำดับเลขคณิต
- ❁ ชุดที่ 4 ลำดับเรขาคณิต
- ❁ ชุดที่ 5 อนุกรมเลขคณิต
- ❁ ชุดที่ 6 อนุกรมเรขาคณิต

แบบฝึกทักษะแต่ละชุดมีกิจกรรม ดังนี้

- (1) ทดสอบก่อนเรียน
- (2) ศึกษาใบความรู้
- (3) ศึกษาและลงมือทำแบบฝึกทักษะในเล่มแบบฝึกทักษะ
- (4) ตอบคำถามในเล่มแบบฝึกทักษะ
- (5) ทดสอบหลังเรียน



คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

- 1.แบบฝึกทักษะ ลำดับและอนุกรม จัดทำขึ้นเพื่อใช้ฝึกทักษะการคำนวณ เรื่องลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อประกอบการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 2.ครูควรศึกษาทำความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะจัดการเรียนการสอน คู่มือครู การจัดทำกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบฝึกทักษะ
- 3.เตรียมการตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- 4.จัดกิจกรรมการเรียนรู้และใช้แบบฝึกทักษะได้ทั้งในและนอกเวลาเรียน ถ้าใช้ในเวลาเรียนควรใช้ ช่วงละ 1 ชั่วโมง หรือ 1 คาบ สัปดาห์ละ 2 ชั่วโมง หรือ 2 คาบ รวม 9 สัปดาห์ ถ้าใช้นอกเวลา สามารถจัด กิจกรรมการเรียนรู้ได้ติดต่อกันทุกวัน วันละ 1 ชั่วโมง หรือ 1 คาบ รวม 18 วัน
- 5.ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาในใบความรู้ ตัวอย่างในแบบฝึกทักษะ โดยครูคอยชี้แนะให้ความช่วยเหลือ ในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ
- 6.หลังจากนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูต้องตรวจสอบความถูกต้องของ การประเมินคะแนนของนักเรียนอีกครั้ง จากเฉลยคำตอบแล้วบันทึกคะแนนเอาไว้ และแจ้งคะแนนให้นักเรียน ทราบความก้าวหน้าด้วย
- 7.สำหรับเวลาในการใช้แบบฝึกทักษะลำดับและอนุกรม ทั้ง 6 ชุดนี้ สามารถยืดหยุ่นได้ตามความ เหมาะสม



คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

1.แบบฝึกทักษะที่นักเรียนกำลังศึกษาอยู่นี้เรียกว่า แบบฝึกทักษะ เรื่อง ลำดับและอนุกรม มีทั้งหมด 6 ชุด หรือ 6 ตอน ดังนี้

-  ชุดที่ 1 ความหมายของลำดับและอนุกรม
-  ชุดที่ 2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
-  ชุดที่ 3 ลำดับเลขคณิต
-  ชุดที่ 4 ลำดับเรขาคณิต
-  ชุดที่ 5 อนุกรมเลขคณิต
-  ชุดที่ 6 อนุกรมเรขาคณิต

แบบฝึกทักษะแต่ละชุดมีกิจกรรม ดังนี้

- 1.ทดสอบก่อนเรียน
- 2.ศึกษาใบความรู้
- 3.ศึกษาและลงมือทำแบบฝึกทักษะในเล่มแบบฝึกทักษะ
- 4.ตอบคำถามในเล่มแบบฝึกทักษะ
- 5.ทดสอบหลังเรียน
- 2.อ่านคำแนะนำและคำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจ
- 3.อ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ให้เข้าใจ
- 4.ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียน จำนวน 40 ข้อ ก่อนทำแบบฝึกทักษะ
- 5.ศึกษาตามลำดับขั้นตอนในแบบฝึกทักษะทีละกิจกรรม ไม่ควรข้ามกิจกรรมและรีบร้อนเกินไป
- 6.เมื่อเข้าใจขั้นตอนในแบบฝึกทักษะแล้ว ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะในแต่ละกิจกรรมโดยดูคำชี้แจงและตัวอย่างประกอบให้เข้าใจ
- 7.เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะครบทุกกิจกรรมแล้ว ให้ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน จำนวน 40 ข้อ
- 8.นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้เอง (สำหรับนักเรียนที่ศึกษาด้วยตนเอง) ข้อมูลสำคัญต้องไม่เปิดดูคำตอบก่อน เพราะการเรียนรู้จะได้ผลตามจุดประสงค์ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความซื่อสัตย์ มุ่งมั่น และมีความเชื่อมั่นที่จะเรียน
- 9.ในการตอบให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ หรือกระดาษที่ครูแจกให้และอนุญาตให้เขียนได้เท่านั้น
- 10.เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีเรียนแล้ว ให้ทุกคนเริ่มต้นศึกษาได้เลย



ขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะ

- ขั้นตอนที่ 1 อ่านจุดประสงค์ของแบบฝึกทักษะ
- ขั้นตอนที่ 2 อ่านคำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะ
- ขั้นตอนที่ 3 ทำแบบทดสอบก่อนเรียน
- ขั้นตอนที่ 4 ศึกษาใบความรู้
- ขั้นตอนที่ 5 อ่านคำถามในแบบฝึกทักษะ
- ขั้นตอนที่ 6 ทำแบบฝึกทักษะ
- ขั้นตอนที่ 7 ทบทวน
- ขั้นตอนที่ 8 ทำแบบทดสอบหลังเรียน
- ขั้นตอนที่ 9 ตรวจคำตอบ
- ขั้นตอนที่ 10 รวบรวมส่งครู



มาตรฐาน

สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ม.5/5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้พจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model)

อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ม.5/6 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้



จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากศึกษาหรือเรียนรู้ด้วยแบบฝึกทักษะนี้จบแล้ว

1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิตได้
2. เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
3. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตร
4. มีคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมอันพึงประสงค์
5. นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์หรือเชื่อมโยงไปใช้ในชีวิตจริง



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต



คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ให้นักเรียนทำทุกข้อ
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 10 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (×) เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวลงในช่อง ก ข ค ง ของกระดาษคำตอบที่แจกให้
4. อนุญาตให้นักเรียนสามารถขีดเขียนวิเคราะห์คำตอบลงในกระดาษคำถามได้
5. เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วให้นักเรียนส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบแก่ผู้คุมสอบ

1) ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1-2+4-8+\dots+256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.-171

ข.-85

ค.85

ง.171

2) กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_2=8$ และ $a_5=-64$ แล้วผลบวกของ 10 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด

ก.2,048

ข. 1,512

ค.1,364

ง. 1,024

3) ผลบวก 6 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $4, 2, 1, \dots$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{63}{8}$

ข. $\frac{63}{16}$

ค. $\frac{64}{8}$

ง. $\frac{64}{16}$

4) ผลบวก 4 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $-\frac{1}{5}, -1, -5, \dots$ ตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{625}{5}$

ข. $\frac{625}{5}$

ค. $-\frac{156}{5}$

ง. $\frac{156}{5}$



5.) ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

$$a_1=110, n=10, r=-2$$

- ก. -37,550 ข. -37,510 ค. 37,550 ง. 37,510

6.) ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลบวก 10 พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $4+8+16+\dots$

- ก. 4,920 ข. -4,920 ค. 4,092 ง. -4,092

7.) อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี $a_1=3, a_n=96$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นค่า n และ r ที่ทำให้ $S_n=189$

- ก. $r=2, n=6$ ข. $r=-2, n=4$ ค. $r=4, n=6$ ง. $r=2, n=8$

8.) ต้มเริ่มออมเงินโดยวันแรกเขาจะมีเงินสำหรับเป็นเงินออม 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 3 บาทถ้าต้มทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนครบ 30 วัน ต้มจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด

- ก. 450 บาท ข. 455 บาท ค. 460 บาท ง. 465 บาท

9.) ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $1+2+4+8+\dots$ มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. 128 ข. 255 ค. 256 ง. 511

10.) กรตั้งใจว่าจะออมเงินไว้เพื่อซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาทเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าใด

- ก. 2,540 ข. 2,580 ค. 2,800 ง. 2,840



ใบความรู้

อนุกรมเรขาคณิต

สาระสำคัญ

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิตเรียกว่า อนุกรมเรขาคณิต (geometric series) และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

พิจารณาลำดับ 1,3,9,27,...,6561 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 3 เป็นอัตราส่วนร่วมการหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตข้างต้นทำได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S = 1+3+9+27+\dots+6,561 \quad (1)$$

$$3 \times (1) \quad 3S = 3+9+27+\dots+6,561+19,683 \quad (2)$$

$$(2)-(1) \quad 2S = 19,683-1 = 19,682$$

$$\text{ดังนั้น } S = 9,841$$

ในกรณีทั่วไปสามารถหาผลบวกของพจน์ที่ n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \quad \text{ได้ดังนี้}$$

ให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ที่มี a_1 เป็นพจน์แรกของอนุกรม และ r เป็นอัตราส่วนร่วม จะได้

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-2} + a_1r^{n-1} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$r \times (3) \quad r S_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$(4)-(3) \quad r S_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$S_n(r-1) = a_1r^n - a_1$$

$$S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r-1} ; r \neq 1$$



ดังนั้น
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{(r - 1)} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

หรือ
$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{(1 - r)} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

อาจเขียนผลบวกของ n พจน์แรกได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

จาก
$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{(1 - r)}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^{n-1} r}{1 - r}$$

แต่ $a_n = a_1 r^{n-1}$

ดังนั้น
$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, \quad r \neq 1$$

สรุปเป็นสูตรได้ว่า

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต คือ
$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{(1 - r)}, r \neq 1$$

หรือ
$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{(1 - r)}, r \neq 1$$

เมื่อ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

n เป็นจำนวนพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต

a_1 เป็นพจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

a_n เป็นพจน์สุดท้ายของอนุกรมเรขาคณิต

r เป็นอัตราส่วนร่วม



ข้อสังเกต

เมื่อ $r \neq 1$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$\therefore \text{เมื่อ } r < 1 \text{ ควรใช้ } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{เมื่อ } r > 1 \text{ ควรใช้ } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} \text{ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ}$$

ตัวอย่างอนุกรมเรขาคณิต

- | | | |
|-----|------------------------------|--|
| 1.) | $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$ | เป็นอนุกรมเรขาคณิต |
| | เพราะว่า $1, 2, 4, 8, \dots$ | เป็นลำดับเรขาคณิตและมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 |
| 2.) | $3 + 6 + 12 + \dots$ | เป็นอนุกรมเรขาคณิต |
| | เพราะว่า $3, 6, 12, \dots$ | เป็นลำดับเรขาคณิตและมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 |

การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

➡ ตัวอย่างที่ 1 $n=5, a_1 = 4, r = 2$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1$$

$$\therefore n=5, a_1=4, r=2$$

$$S_5 = \frac{4(2^5-1)}{2-1}, r \neq 1$$

$$= 4(31)$$

$$= 124$$



➡ ตัวอย่างที่ 2 $n=5, a_1 = -4, r = 3$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$$

$$\therefore n=5, a_1=-4, r=3$$

$$S_5 = \frac{-4(3^5 - 1)}{3 - 1}, r \neq 1$$

$$S_5 = -\frac{4}{2}(3^5 - 1)$$

$$S_5 = (-2)(242)$$

$$S_5 = -484$$

ตอบ

➡ ตัวอย่างที่ 3 $n=6, a_1 = -4, r = -3$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1$$

$$\therefore n=6, a_1=-4, r=-3$$

$$S_5 = \frac{-4(1 - (-3)^6)}{1 - (-3)}, r \neq 1$$

$$S_5 = \frac{-4(1 - 3^6)}{1 + 3}, r \neq 1$$

$$S_5 = \frac{-4(1 - 3^6)}{4}, r \neq 1$$

$$S_5 = \frac{-4(1 - 729)}{1 + 3}, r \neq 1$$

$$S_5 = -(-728)$$

$$S_5 = 728$$

ตอบ



การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต



ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก 8 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $1+2+4+8+\dots$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=1$, $r=2$, $n=8$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_8 = \frac{1(2^8-1)}{2-1}$$

$$S_8 = \frac{1(256-1)}{1}$$

$$S_8 = \frac{255}{1}$$

$$S_8 = 255$$



ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวก 10 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $1, 2, 4, 8, \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=1$, $r=2$, $n=10$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_{10} = \frac{1(2^{10}-1)}{2-1}$$

$$S_{10} = \frac{1(1,024-1)}{1}$$

$$S_{10} = \frac{1,023}{1}$$

$$S_{10} = 1,023$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $1, 2, 4, 8, \dots$ เท่ากับ 1,023



➡ ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวก 8 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต 3 , 6 , 12 , ...

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=3$, $r=2$, $n=8$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_8 = \frac{3(2^8-1)}{2-1}$$

$$S_8 = \frac{3(256-1)}{1}$$

$$S_8 = \frac{3(255)}{1}$$

$$S_8 = 765$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 8 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต 3 , 6 , 12 , ... เท่ากับ 765

➡ ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวก 5 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต 2 , $\frac{8}{3}$, $\frac{32}{9}$, ...

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=2$, $r=\frac{4}{3}$, $n=5$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_5 = \frac{2\left(\left(\frac{4}{3}\right)^5-1\right)}{\frac{4}{3}-1}$$

$$S_5 = \frac{2\left(\frac{1,024-243}{243}\right)}{\frac{1}{3}}$$

$$S_5 = \frac{2\left(\frac{1,024-243}{243}\right)}{\frac{1}{3}}$$

$$S_5 = 2\left(\frac{781}{243} \times \frac{3}{1}\right)$$

$$S_5 = \frac{1,562}{81}$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $2 + \frac{8}{3} + \frac{32}{9} + \dots$ เท่ากับ $\frac{1,562}{81}$



➡ ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวก 6 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $1, -2, 4, -8, \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=1, r=-2, n=6$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_6 = \frac{1((-2)^6 - 1)}{(-2) - 1}$$

$$S_6 = \frac{1(64 - 1)}{-3}$$

$$S_6 = \frac{63}{-3}$$

$$S_6 = -21$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 6 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ เท่ากับ -21

ตัวอย่างที่ 6 อนุกรมเรขาคณิตชุดหนึ่งมี $a_1=-7, r=2$ จงหาผลบวก 15 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตนี้

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า $a_1=-7, r=2, n=15$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_{15} = \frac{(-7)[1 - (-2)^{15}]}{1 - (-2)}$$

$$S_{15} = -\frac{7}{3}[1 - (-2)^{15}]$$

ตอบ ดังนั้น ผลบวก 15 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตคือ $-\frac{7}{3}[1 - (-2)^{15}]$



ตัวอย่างที่ 7 อนุกรมเรขาคณิต $3 + 6 + 12 + \dots$ จะต้องบวกกันกี่พจน์ จึงจะได้ผลบวกเท่ากับ 765

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = 3, r = 2, n = \dots\dots\dots?$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ เราต้องการหา n ซึ่งเราได้ $S_n = 765$

$$\text{จะได้ว่า } 765 = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$765 = \frac{3(2^n - 1)}{1}$$

$$\frac{765}{3} = 2^n - 1$$

$$255 = 2^n - 1$$

$$255 + 1 = 2^n$$

$$256 = 2^n$$

$$2^n = 2^8$$

$$n = 8$$

ตอบ ดังนั้นอนุกรมเรขาคณิต นี้ต้องบวกกัน 8 พจน์



ตัวอย่างที่ 8 จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $9+27+81+\dots+729$

วิธีทำ จาก $a_1=9, a_n=729, r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{27}{9}=3$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1-a_nr}{(1-r)}, r \neq 1$

แทนค่า $S_n = \frac{9-(729)(3)}{(1-3)} = \frac{-2,178}{-2}$
 $S_n = \frac{2,178}{2}$
 $S_n = 1,089$

2) $4+2+1+\dots+\frac{1}{512}$

วิธีทำ จาก $a_1=4, a_n=\frac{1}{512}, r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1-a_nr}{(1-r)}, r \neq 1$

แทนค่า $S_n = \frac{4-(\frac{1}{512})(\frac{1}{2})}{(1-\frac{1}{2})}$
 $= 2 \left(4 - \frac{1}{1,024} \right)$
 $S_n = 8 - \frac{1}{512}$
 $= 7 + \left(1 - \frac{1}{512} \right)$
 $S_n = 7 + \frac{511}{512}$
 $= 7 \frac{511}{512}$

ตอบ



ตัวอย่างที่ 9 อนุกรมเรขาคณิต อนุกรมหนึ่ง มีพจน์แรกเท่ากับ 3 และพจน์ที่ n เท่ากับ 96 และผลบวก n พจน์แรกเท่ากับ 189 จงหาผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = 3$, $n = 10$, $a_n = 96$, $s_n = 189$, $r = \dots ? \dots \dots$

จากสูตร $S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$ เราต้องการหา r

จะได้ว่า $189 = \frac{96r - 3}{r - 1}$

$$189(r - 1) = 96r - 3$$

$$189r - 189 = 96r - 3$$

$$189r - 96r = 189 - 3$$

$$93r = 186$$

$$r = \frac{186}{93}$$

$$r = 2$$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

จะได้ว่า $s_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1}$

$$s_{10} = \frac{3(1,023)}{1}$$

$$s_{10} = 3,069$$

ตอบ ดังนั้นผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้ เท่ากับ 3,069



ตัวอย่างที่ 10 กรตั้งใจว่าจะออมเงินไว้เพื่อซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกออมไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท เช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าใด

วิธีทำ จำนวนเงินที่กรออมในแต่ละวันเขียนแทนด้วยลำดับเรขาคณิตดังนี้

20,40,80,...

จากลำดับเรขาคณิตที่ได้มี $a_1 = 20$ และ $r = \frac{40}{20} = 2$

หาจำนวนเงินทั้งหมดที่กร เก็บไว้ทั้ง 7 วัน โดยใช้สูตร

$$\text{สูตร} \quad S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{จะได้} \quad S_7 = \frac{20\{(2)^7 - 1\}}{2 - 1}$$

$$= 20(2^7 - 1)$$

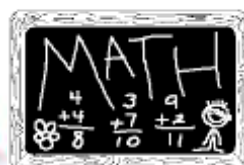
$$= 2,540$$

ดังนั้นเมื่อครบ 7 วัน กรจะมีเงิน 2,540 บาท



สุดยอด!

หากเข้าใจแล้วมาลุย
แบบฝึกกันได้เลย



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง และแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ (5 คะแนน)
จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n=4, a_1 = 3, r = 2$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots\dots\dots, a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots, r \neq 1$

$= \dots\dots\dots, r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$ ตอบ

2) $n=7, a_1 = 5, r = 4$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots\dots\dots, a_1 = \dots\dots\dots, r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots, r \neq 1$

$= \dots\dots\dots, r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$ ตอบ



3) $n=9$, $a_1 = -3$, $r = 5$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$, $r \neq 1$

$\therefore n = \dots\dots\dots$, $a_1 = \dots\dots\dots$, $r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$, $r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$, $r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$ ตอบ

4) $n=11$, $a_1 = -7$, $r = 3$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$, $r \neq 1$

$\therefore n = \dots\dots\dots$, $a_1 = \dots\dots\dots$, $r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$, $r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$, $r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$ ตอบ

5) $n=14$, $a_1 = -5$, $r = -2$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$, $r \neq 1$

$\therefore n = \dots\dots\dots$, $a_1 = \dots\dots\dots$, $r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$, $r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$, $r \neq 1$

$= \dots\dots\dots$ ตอบ



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง และแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ (5 คะแนน)

1.) จงหาผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $n=4$, $a_1=3, r=2$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = \dots$, $r = \dots$, $n = \dots$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$S_{\dots} = \dots$

$\dots = \dots$

$\dots = \dots$

$\dots = \dots$

ตอบ ดังนั้นผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ.....

2.) จงหาผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $n=7$, $a_1=5, r=5$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = \dots$, $r = \dots$, $n = \dots$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$S_{\dots} = \dots$

$\dots = \dots$

$\dots = \dots$

$\dots = \dots$

ตอบ ดังนั้นผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ.....



3.) จงหาผลบวก 9 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$

วิธีทำ วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = \dots$, $r = \dots$, $n = \dots$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{\dots} = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 9 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$

4.) จงหาผลบวก 8 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $9 + 12 + 16 + \frac{64}{3} + \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = \dots$, $r = \dots$, $n = \dots$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{\dots} = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$S_{\dots} = \dots$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $9 + 12 + 16 + \frac{64}{3} + \dots$ เท่ากับ.....



5.) จงหาผลบวก 10 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = \dots\dots\dots$, $r = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$S_{\dots} = \dots\dots\dots$

$S_{\dots} = \dots\dots\dots$

$S_{\dots} = \dots\dots\dots$

$S_{\dots} = \dots\dots\dots$

$S_{\dots} = \dots\dots\dots$

$S_{\dots} = \dots\dots\dots$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \dots$ เท่ากับ.....



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.3

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง และแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ (6 คะแนน)

1.) กำหนดให้ $a_1=8$, $r=-3$ จงหา a_5 และ S_5

วิธีทำ จากสูตร $a_n=a_1r^{n-1}$

$$a_5=8(-3)^4$$

$$a_5=.....$$

$$a_5=.....$$

จากสูตร $S_n=\frac{a_1-a_nr}{1-r}$; $r \neq 1$

.....

.....

.....

.....

2.) กำหนดให้ $a_5=225$, $r=5$ จงหา a_1 และ s_5

วิธีทำ จากสูตร $a_n=.....$ และ $a_5=.....$

แทนค่าหา a_1 จะได้ว่า

.....

.....

.....

.....

จากสูตร $S_n=\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$; $r \neq 1$

.....

.....

.....

.....



3.) กำหนดให้ $a_4 = \frac{3}{2}$, $r = \frac{1}{2}$ จงหา S_8

วิธีทำ จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_{\dots} = \dots$$

$$a_{\dots} = \dots$$

$$a_{\dots} = \dots$$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

.....

.....

.....

.....

.....

4.) ให้นักเรียนหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขาคณิต $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. พลตั้งใจจะออมเงินโดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 15 วัน พลจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

จากลำดับเรขาคณิตที่ได้ $a_1 = \dots$, $r = \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้นเมื่อครบ 15 วันพลจะมีเงินออมทั้งหมดบาท

6. บริษัทแห่งหนึ่งซื้อรถยนต์มาในราคา 1,000,000 บาท ถ้าพนักงานบริษัทตั้งค่าเสื่อมราคาไว้ปีละ 20 % ซึ่งหมายถึง ราคารถยนต์คันนี้จะลดลง 20 % ทุกปี อยากทราบว่า เมื่อครบห้าปีรถยนต์คันนี้จะมีมูลค่าเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบหลังเรียน

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 6 อนุกรมเรขาคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ

- 1.) ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลบวก 10 พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $4+8+16+\dots$
- ก. 4,920 ข. -4,920 ค. 4,092 ง. -4,092

- 2.) อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี $a_1=3$, $a_n=96$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นค่า n และ r ที่ทำให้ $S_n=189$
- ก. $r=2$, $n=6$ ข. $r=-2$, $n=4$ ค. $r=4$, $n=6$ ง. $r=2$, $n=8$

- 3) ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1-2+4-8+\dots+256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็น
- ก.-171 ข. -85 ค.85 ง.171

- 4.กำหนดให้ $a_1,a_2,a_3,\dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_2=8$ และ $a_5=-64$ แล้วผลบวกของ 10 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด
- ก.2,048 ข. 1,512 ค.164,3 ง.1,024

- 5.) ผลบวก 6 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $4, 2, 1, \dots$ ตรงกับข้อใด
- ก. $\frac{63}{8}$ ข. $\frac{63}{16}$ ค. $\frac{64}{8}$ ง. $\frac{64}{16}$



6.) ผลบวก 4 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $-\frac{1}{5}$, -1 , -5 , ... ตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{625}{5}$

ข. $\frac{625}{5}$

ค. $-\frac{156}{5}$

ง. $\frac{156}{5}$

7. ต้มเริ่มออมเงินโดยวันแรกเขาจะมีเงินสำหรับเป็นเงินออม 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 3 บาท ถ้าต้มทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนครบ 30 วัน ต้มจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด

ก. 450 บาท

ข. 455 บาท

ค. 460 บาท

ง. 465 บาท

8. ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $1+2+4+8+\dots$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 128

ข. 255

ค. 256

ง. 511

9. กรตั้งใจว่าจะออมเงินไว้เพื่อซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาทเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าใด

ก. 2,540

ข. 2,580

ค. 2,800

ง. 2,840

10.) ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $a_1=110$, $n=10$, $r=-2$

ก. -37,550

ข. -37,510

ค. 37,550

ง. 37,510





แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง และแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างสมบูรณ์ (5 คะแนน)
จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n=4, a_1 = 3, r = 2$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots 4 \dots, a_1 = \dots 3 \dots, r = \dots 2 \dots$

$$\begin{aligned} S_4 &= \frac{3(2^4-1)}{2-1} \\ &= 3(15) \\ &= 45 \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

2) $n=7, a_1 = 5, r = 4$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots 7 \dots, a_1 = \dots 5 \dots, r = \dots 4 \dots$

$$S_7 = \frac{5(4^7-1)}{4-1}$$

$$S_7 = \frac{5(4^7-1)}{3}$$

$$S_7 = \frac{5(16,384-1)}{3}$$

$$S_7 = \frac{81,915}{3}$$

$$S_7 = 27,305$$

ตอบ



3) $n=9, a_1 = -3, r = 5$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots 9, a_1 = \dots -3, r = \dots 5$

$$S_9 = \frac{-3(5^9 - 1)}{5 - 1}$$

$$S_9 = -\frac{3}{4}(5^9 - 1) \quad \text{ตอบ}$$

4) $n=11, a_1 = -7, r = 3$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots 11, a_1 = \dots -7, r = \dots 3$

$$S_{11} = \frac{-7(3^{11} - 1)}{3 - 1}$$

$$S_{11} = -\frac{7}{2}(3^{11} - 1) \quad \text{ตอบ}$$

5) $n=14, a_1 = -5, r = -2$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1$

$\therefore n = \dots 14, a_1 = \dots -5, r = \dots -2$

$$S_{14} = \frac{-5(1 - (-2)^{14})}{1 - (-2)}$$

$$S_{14} = \frac{-5(1 - 2^{14})}{1 + 2}$$

$$S_{14} = -\frac{5}{3}(1 - 2^{14}) \quad \text{ตอบ}$$



เฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รหัสที่ 6.2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง และแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ (5 คะแนน)

1.) จงหาผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $a_1=3$, $n=4$, $r=2$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=3$, $r=2$, $n=4$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_4 = \frac{3(2^4-1)}{2-1}$$

$$S_4 = \frac{3(16-1)}{1}$$

$$S_4 = 45$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ 45

2.) จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $a_1=-3$, $n=4$, $r=5$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=5$, $r=4$, $n=7$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_4 = \frac{-3(5^4-1)}{5-1}$$

$$S_4 = \frac{-3(624)}{4}$$

$$S_4 = -468$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ -468



3.) จงหาผลบวก 5 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต 2 , 6 , 18 , ...

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=2$, $r=3$, $n=5$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

$$S_5 = \frac{2(3^5-1)}{3-1}$$

$$S_5 = \frac{2(243-1)}{2}$$

$$S_5 = 242$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต 2 , 6 , 18 ... เท่ากับ 242

4.) จงหาผลบวก 5 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต -12 , -36 , -108 , ...

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=-12$, $r=3$, $n=5$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

$$S_5 = \frac{-12(3^5-1)}{3-1}$$

$$S_5 = \frac{-12(243-1)}{2}$$

$$S_5 = -1,452$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต -12 , -36 , -108 , ... เท่ากับ -1,452



5.) จงหาผลบวก 10 พจน์แรก ของลำดับเรขาคณิต $5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=5, r=-\frac{1}{2}, n=10$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

$$S_{10} = \frac{5\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$S_{10} = \frac{5\left(\frac{1,023}{1,024}\right)}{\frac{3}{2}}$$

$$S_{10} = \frac{5(341)}{512}$$

$$S_{10} = \frac{1,705}{512}$$

ตอบ ดังนั้นผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \dots$ เท่ากับ $\frac{1,705}{512}$





เฉลยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6.3

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง และแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ (6 คะแนน)

1.) กำหนดให้ $a_1=8$, $r=-3$ จงหา a_5 และ S_5

วิธีทำ จากสูตร $a_n=a_1r^{n-1}$

$$a_5=8(-3)^4$$

$$a_5=8(81)$$

$$a_5=648$$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1-a_nr}{1-r}$; $r \neq 1$

$$S_n = \frac{8-(648)(-3)}{1-(-3)}$$

$$S_n = \frac{8+1,944}{4}$$

$$S_n = \frac{1,952}{4}$$

$$S_n=488$$

ตอบ ดังนั้น $a_5=648$ และ $S_5=488$



2.) กำหนดให้ $a_5=225$, $r=5$ จงหา a_1 และ S_5

วิธีทำ จากสูตร $a_n=a_1r^{n-1}$ และ $a_5=225$

แทนค่าหา a_1 จะได้ว่า

$$a_5 = a_1(5)^4$$

$$\frac{225}{625} = a_1$$

$$a_1 = \frac{9}{25}$$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$; $r \neq 1$

$$S_n = \frac{\frac{9}{25}(5^5-1)}{5-1}$$

$$S_n = \frac{\frac{9}{25}(3,125-1)}{4}$$

$$S_n = \frac{\frac{9}{25}(3124)}{4} = \frac{7029}{25}$$

ตอบ ดังนั้น $a_1 = \frac{9}{25}$ และ $S_5 = \frac{7029}{25}$

3.) กำหนดให้ $a_4=\frac{3}{2}$, $r=\frac{1}{2}$ จงหา S_8

วิธีทำ จากสูตร $a_n=a_1r^{n-1}$

$$a_4 = a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\frac{3}{2} = a_1 \frac{1}{8}$$

$$a_1 = 12$$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$



$$S_n = \frac{12\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = \frac{12\left(1 - \frac{1}{256}\right)}{\frac{1}{2}}$$

$$S_n = \frac{3(255)}{32}$$

$$S_n = \frac{765}{32}$$

ตอบ ดังนั้น $S_8 = \frac{765}{32}$

4.) ให้นักเรียนหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ว่า $a_1 = 1, n = 10, r = \frac{1}{2}$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} ; r \neq 1$

$$S_n = \frac{1\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = \frac{1,024-1}{\frac{1}{2}}$$

$$S_n = \frac{1,023}{1,024} \times 2$$

$$S_n = \frac{1,023}{512}$$



5. พลตั้งใจจะออมเงินโดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 15 วัน พลจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$; $r \neq 1$

จากลำดับเรขาคณิตที่ได้ $a_1 = \dots 1 \dots$, $r = \dots \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2 \dots$

แทนค่าในสูตร

$$S_{15} = \frac{1(2^{15}-1)}{2-1}$$

$$= 2^{15}-1$$

$$= 32,767$$

ดังนั้นเมื่อครบ 15 วันพลจะมีเงินออมทั้งหมด32,767.....บาท

6.บริษัทแห่งหนึ่งซื้อรถยนต์มาในราคา 1,000,000 บาท ถ้าพนักงานบริษัทตั้งค่าเสื่อมราคาไว้ปีละ 20 % ซึ่งหมายถึง ราคารถยนต์คันนี้จะลดลง 20 % ทุกปี อยากทราบว่า เมื่อครบห้าปีรถยนต์คันนี้จะมีมูลค่าเท่าใด

ในปีที่ 1 รถยนต์มีราคา 1,000,000 บาท

ในปีที่ 2 รถยนต์มีราคา $1,000,000 \times \frac{80}{100}$ บาท

ในปีที่ 3 รถยนต์มีราคา $1,000,000 \times \frac{80}{100} \times \frac{80}{100}$ บาท

$$= 1,000,000 \times \left(\frac{80}{100}\right)^2 \text{ บาท}$$

$$\therefore 1,000,000, 1,000,000 \times \frac{80}{100}, 1,000,000 \times \left(\frac{80}{100}\right)^2, \dots$$

เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1,000,000$ และ $r = \frac{80}{100}$ $n=5$

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\therefore a_5 = 1,000,000 \times \left(\frac{80}{100}\right)^{5-1}$$

$$= 1,000,000 \times (0.8)^4$$

$$= 409,600$$

$\therefore$ เมื่อครบห้าปีรถยนต์คันนี้จะมีมูลค่า 409,600 บาท



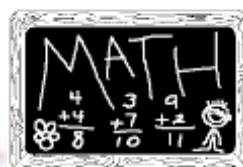
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

เล่มที่ 6 อนุกรมเรขาคณิต

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1				×	
2			×		
3	×				
4				×	
5		×			
6			×		
7	×				
8				×	
9		×			
10	×				

คะแนน	คะแนนที่ได้		คะแนน
	คะแนนเต็ม	1	คะแนน

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

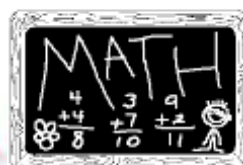


เล่มที่ 6 อนุกรมเรขาคณิต

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1			×		
2	×				
3				×	
4			×		
5	×				
6				×	
7	×				
8				×	
9		×			
10	×				

คะแนน	คะแนนที่ได้	คะแนน
	คะแนนเต็ม 3	คะแนน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน



เรื่อง ลำดับและอนุกรม



คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 40 ข้อ ให้นักเรียนทำทุกข้อ
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (×) เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวลงในช่อง ก ข ค ง ของกระดาษคำตอบที่แจกให้
4. อนุญาตให้นักเรียนสามารถขีดเขียนวิเคราะห์คำตอบลงในกระดาษคำถามได้
5. เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วให้นักเรียนส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบแก่ผู้คุมสอบ

1. ข้อใดเป็นลำดับจำกัด 1. ข้อใดเป็นลำดับจำกัด

ก. 6, 10, 14, 18, ..., 30

ข. 5, 10, 15, 20, 25, ...

ค. 3, 9, 27, 81, ...

ง. 2, 5, 10, 17, ..., (n^2+1) ,...

2. ตัวเลขตัวถัดไปของ 1, 3, 6, 10, 15, ... คือข้อใด

ก. 21

ข. 20

ค. 19

ง. 18

3. สี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n-4$ คือข้อใด

ก. 1, 2, 5, 8

ข. -1, -2, -5, -8

ค. -1, 2, 5, 8

ง. 3, 4, 5, 8

4. สามพจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{2n}{3n+1}$ คือข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{10}$

ข. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$

ค. $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{10}$

ง. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$



5. ข้อใดเป็นลำดับ

ก. $f = \{(0,1), (1,2), (2,3), (3,4)\}$

ข. $f = \{(2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$

ค. $f = \{(1,2), (1,3), (2,3), (2,4)\}$

ง. $f = \{(1,0), (2,1), (3,2), (4,3)\}$

6. ข้อใดเป็นลำดับอนันต์

ก. $3, 8, 13, 15, \dots, 5n - 2$

ข. $f = \{(1,15), (2,25), (3,125), (4,625)\}$

ค. $1, 4, 7, 10, 13, \dots, 3n - 2$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$

ง. $f = \{(2,2), (4,4), (6,6), (8,8), \dots, (100,100)\}$

7. ตัวเลขสองตัวถัดไปของลำดับ $1, 4, 16, 64, \dots$ คือข้อใด

ก. $256, 1024$

ข. $128, 256$

ค. $256, 512$

ง. $512, 1024$

8. ตัวเลขสองตัวถัดไปของลำดับ $5, 10, 30, 120, \dots$ คือข้อใด

ก. $800, 4200$

ข. $600, 800$

ค. $360, 600$

ง. $600, 4200$

9. ตัวเลขสองตัวถัดไปของลำดับ $2, 7, 17, 32, \dots$ คือข้อใด

ก. $52, 72$

ข. $52, 107$

ค. $25, 52$

ง. $52, 77$

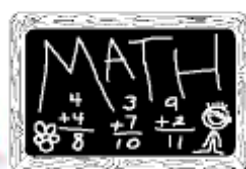
10. ข้อใดไม่เป็นลำดับ

ก. $f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

ข. $f = \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)\}$

ค. $f = \{(1,-7), (2,-7), (3,-7), (4,-7)\}$

ง. $f = \{(1,1), (2,4), (3,6), (4,8)\}$



11. พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 2, -5, 8, -11, 14, -17 คือข้อใด

ก. $a_n = (3n - 1)(-1)^{n-1}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ข. $a_n = 3n + 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ค. $a_n = (3n + 1)(-1)^n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ง. $a_n = (3n + 1)(-1)^{n-1}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

12. ข้อใดคือพจน์ทั่วไปของลำดับ 6, 2, -2, -6,

ก. $10 + 4n$

ข. $2 - 4n$

ค. $-4n + 10$

ง. $2 + 4n$

13. ข้อใดผิด

ก. -5, -3, -1, 1, 3, ... มีพจน์ทั่วไปคือ $a_n = 7 + (-2)n$

ข. -2, -4, -6, -8, -10, ... มีพจน์ทั่วไปคือ $a_n = (-2)n$

ค. 2, 5, 8, 11, 14, ... มีพจน์ทั่วไปคือ $a_n = 3n - 1$

ง. 2, 8, 14, 20, 26, ... มีพจน์ทั่วไปคือ $6n - 4$

14. กำหนดพจน์ทั่วไป คือ $a_n = \frac{3n-1}{2n^2+1}$ แล้วพจน์ที่ 4 ของลำดับนี้คือข้อใด

ก. $\frac{41}{51}$

ข. $\frac{51}{61}$

ค. $\frac{5}{9}$

ง. $\frac{11}{33}$

15. ข้อใดคือพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, ...

ก. $a_n = 2n + 3$

ข. $a_n = -n + 3$

ค. $a_n = -2 - n$

ง. $a_n = n^2 - n + 1$



16. ลำดับในข้อใด เป็นลำดับเลขคณิต

ก. $-5+10, -5+10^2, -5+10^3, -5+10^4, -5+10^5$

ข. $-5, 7, -9, 11, -13$

ค. $-5, -\frac{19}{4}, -\frac{18}{4}, -\frac{17}{4}, -4$

ง. $1, 1.1, 1.11, 1.111, 1.1111$

17. ถ้า $2, 9, 16, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต แล้วพจน์ที่เท่าใดของลำดับนี้ที่มีค่าอยู่ในช่วง $[180, 185]$

ก. 29

ข. 27

ค. 26

ง. 25

18. ข้อใดไม่มีผลต่างร่วมเหมือนกับลำดับเลขคณิต $13, 10, 7, 4, 1, \dots$

ก. $5, 9, 13, 17, 21, \dots$

ข. $13, 11, 9, 7, 5, \dots$

ค. $22, 18, 14, 10, 67$

ง. $15, 12, 9, 6, 3, \dots$

19. ข้อใดคือพจน์ที่ 30 ของลำดับ $1, 4, 7, \dots$

ก. 28

ข. 58

ค. 78

ง. 88

20. ลำดับเลขคณิต $96, 83, 70, \dots, -294$ มีกี่พจน์

ก. 42

ข. 38

ค. 34

ง. 31

21. ให้ลำดับเลขคณิตมี $21=a_1$ และ $d = 4$ แล้ว a_{14} คือข้อใด

ก. 42

ข. 51

ค. 73

ง. 75



22. ในการจัดเก้าอี้หอบประชุมเพื่อชมดนตรี โดยจัดเก้าอี้แถวแรก 70 ตัว แถว ที่สอง 82 ตัว

แถวที่สาม 94 ตัว และแถวสุดท้าย 298 ตัว จะจัดเก้าอี้ ได้ทั้งหมดกี่แถว

ก. 17

ข. 18

ค. 19

ง. 20

23. พจน์ที่เท่าไรของลำดับ 1, 2, 4, 8, ... เท่ากับ 128

ก. 8

ข. 9

ค. 10

ง. 11

24. ข้อใดคืออัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_3=12$ และ $a_6=96$

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 5

25. จงหาพจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิต 5,10,20,...

ก. 240

ข. 260

ค. 300

ง. 320

26. กำหนดให้พจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิตเท่ากับ 128 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 จงหาพจน์แรก

ก. -2

ข. 2

ค. 4

ง. 5

27. จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์แรกเท่ากับ 1 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5

ก. 3,000

ข. 3,125

ค. 6,800

ง. 9,375

28. จากพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์แรกเท่ากับ -3 อัตราส่วนร่วมเท่ากับ -2

ก. 264

ข. 368

ค. 474

ง. 484



29. 162 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับ 2,-6,18,...

ก. 5

ข. 6

ค. 7

ง. 8

30. ผลบวกของ $3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 25 + 27 + 29 + 31 + 33$ ตรงกับข้อใด

ก. 258

ข. 268

ค. 288

ง. 298

31. ผลบวกพจน์ทุกพจน์ของ $5 + 9 + 13 + 17 + \dots + 57$ ตรงกับข้อใด

ก. 343

ข. 434

ค. 443

ง. 543

32. ผลบวกพจน์ทุกพจน์ของ $(-9) + (-12) + (-15) + \dots + (-102)$ ตรงกับข้อใด

ก. -1,754

ข. -1,756

ค. -1,775

ง. -1,687

33. ผลบวก 60 พจน์แรกของลำดับเลขคณิต -2,3,8,13,18,... ตรงกับข้อใด

ก. 8,730

ข. 8,673

ค. 3,780

ง. 8,873

34. ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเลขคณิตที่มีพจน์แรกเป็น 6 ผลต่างร่วมเป็น 4 และพจน์สุดท้ายคือ 26 มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 94

ข. 95

ค. 96

ง. 98

35. ในการปลูกต้นยางพาราเป็นรูปวงกลมล้อมรอบสระน้ำ ถ้าแถวแรกใช้ต้นยางพารา 13 ต้น และแถวต่อไปใช้มากกว่าแถวก่อนหน้านั้น 8 ต้น เช่นนี้ไปเรื่อยๆ ทำการปลูกต้นยางพาราจำนวน 22 แถว ต้องใช้ยางพาราทั้งหมดกี่ต้น

ก. 2,134

ข. 2,153

ค. 2,135

ง. 2,142



36. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1-2+4-8+\dots+256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -85

ข. -171

ค. 171

ง. 181

37. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_2=8$ และ $a_5=-64$ แล้วผลบวกของ 10 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด

ก. 1,024

ข. 1,364

ค. 1,512

ง. 2,048

38. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

$$a_1=110, n=10, r=-2$$

ก. -37,650

ข. -37,520

ค. -37,450

ง. -37,510

39. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นผลบวก 10 พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้ $4+8+16+\dots$

ก. 4,920

ข. 4,092

ค. 4,292

ง. -4,092

40. ต้มเริ่มออมเงินโดยวันแรกเขาจะมีเงินสำหรับเป็นเงินออม 1 บาท วันที่สอง 2 บาท

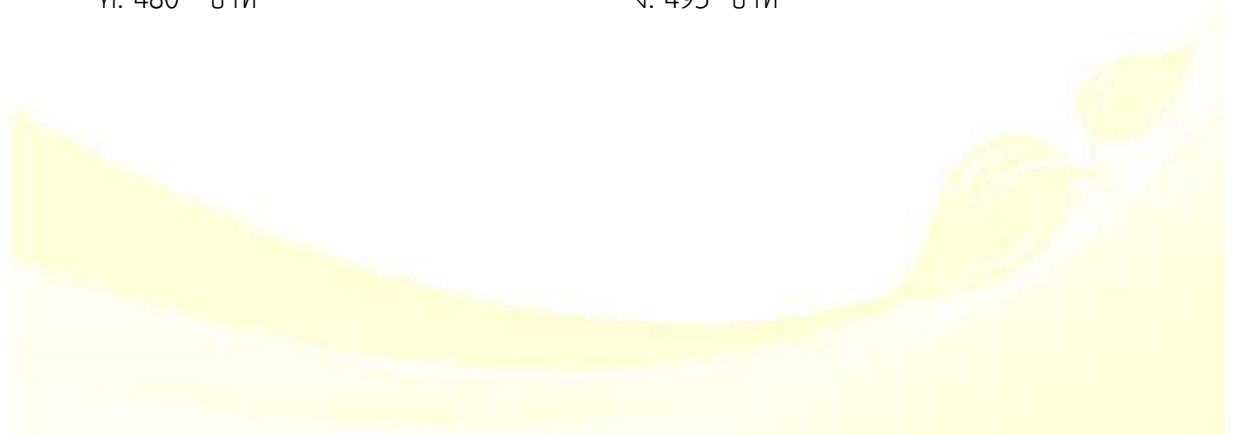
วันที่สาม 3 บาท ถ้าต้มทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนครบ 30 วัน ต้มจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด

ก. 466 บาท

ข. 465 บาท

ค. 480 บาท

ง. 495 บาท



กระดาษคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ	ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1	×					21			×		
2	×					22				×	
3			×			23		×			
4				×		24	×				
5				×		25				×	
6	×					26		×			
7	×					27		×			
8				×		28				×	
9				×		29	×				
10		×				30			×		
11	×					31		×			
12			×			32		×			
13	×					33	×				
14				×		34			×		
15				×		35	×				
16	×					36			×		
17		×				37		×			
18				×		38				×	
19				×		39		×			
20				×		40		×			

คะแนน	คะแนนที่ได้	คะแนน
	คะแนนเต็ม	คะแนน



เกณฑ์การ
ให้คะแนน

● แบบฝึกชุดที่ 6 อนุกรมเรขาคณิต

เกณฑ์การให้คะแนน แบบฝึกชุดที่ 6 ทั้งหมด 20 คะแนน แยกรายละเอียดดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ จำนวน 1 คะแนน เกณฑ์ดังนี้

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| - ตอบไม่ถูกเลย | ไม่ได้คะแนน (0 คะแนน) |
| - ตอบถูก 1-4 ข้อ | ไม่ได้คะแนน (0.5 คะแนน) |
| - ตอบถูก 5 ข้อ ขึ้นไป | ได้ 1 คะแนน |

2. แบบฝึกทักษะที่ 6.1 จำนวน 5 ข้อ จุดตอบทั้งหมด 5 ข้อ

จำนวน 5 คะแนน เกณฑ์ดังนี้

- | | |
|----------------|-----------------------|
| - ตอบไม่ถูกเลย | ไม่ได้คะแนน (0 คะแนน) |
| - ตอบถูก 1 ข้อ | ได้ 1 คะแนน |
| - ตอบถูก 2 ข้อ | ได้ 2 คะแนน |
| - ตอบถูก 3 ข้อ | ได้ 3 คะแนน |
| - ตอบถูก 4 ข้อ | ได้ 4 คะแนน |
| - ตอบถูก 5 ข้อ | ได้ 5 คะแนน |

3. แบบฝึกทักษะที่ 6.2 จำนวน 5 ข้อ จุดตอบทั้งหมด 5 ข้อ

จำนวน 5 คะแนน เกณฑ์ดังนี้

- | | |
|----------------|-----------------------|
| - ตอบไม่ถูกเลย | ไม่ได้คะแนน (0 คะแนน) |
| - ตอบถูก 1 ข้อ | ได้ 1 คะแนน |
| - ตอบถูก 2 ข้อ | ได้ 2 คะแนน |
| - ตอบถูก 3 ข้อ | ได้ 3 คะแนน |
| - ตอบถูก 4 ข้อ | ได้ 4 คะแนน |
| - ตอบถูก 5 ข้อ | ได้ 5 คะแนน |



4. แบบฝึกทักษะที่ 6.3 จำนวน 4 ข้อ จุดตอบทั้งหมด 6 ข้อ

จำนวน 6 คะแนน เกณฑ์ดังนี้

- ตอบไม่ถูกเลย	ไม่ได้คะแนน (0 คะแนน)
- ตอบถูก 1 ข้อ	ได้ 1 คะแนน
- ตอบถูก 2 ข้อ	ได้ 2 คะแนน
- ตอบถูก 3 ข้อ	ได้ 3 คะแนน
- ตอบถูก 4 ข้อ	ได้ 4 คะแนน
- ตอบถูก 5 ข้อ	ได้ 5 คะแนน
- ตอบถูก 6 ข้อ	ได้ 6 คะแนน

5. ทดสอบหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ

จำนวน 3 คะแนน เกณฑ์ดังนี้

- ตอบไม่ถูกเลย	ไม่ได้คะแนน (0 คะแนน)
- ตอบถูก 1-2 ข้อ	ได้ 0.5 คะแนน
- ตอบถูก 3-4 ข้อ	ได้ 1 คะแนน
- ตอบถูก 5-6 ข้อ	ได้ 1.5 คะแนน
- ตอบถูก 7-8 ข้อ	ได้ 2 คะแนน
- ตอบถูก 9 ข้อ	ได้ 2.5 คะแนน
- ตอบถูก 10 ข้อ	ได้ 3 คะแนน



สรุปการให้คะแนน

ลำดับ	รายการ	คะแนน
1	ทดสอบก่อนเรียน	1 คะแนน
2	แบบฝึกทักษะที่ 6.1	5 คะแนน
3	แบบฝึกทักษะที่ 6.2	5 คะแนน
4	แบบฝึกทักษะที่ 6.3	6 คะแนน
5	ทดสอบหลังเรียน	3 คะแนน
รวม คะแนน		20 คะแนน (หากผลรวมครบทั้ง 5 รายการแล้ว เป็นทศนิยม .5 ให้ปัดเป็นจำนวนเต็ม)



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2553). **แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 3.** กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- จักรินทร์ สรรณโพธิ์กลาง. (2552). **คู่มือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ห้างหุ้นส่วนจำกัด รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- ณรงค์ ปั่นนิ่มแ ละจินดา อยู่เป็นสุข. (ม.ป.ป.). **คู่มือ – เตรียมสอบคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 เล่ม 1 ช่วงชั้นปีที่ 4 (ม.4 - 6).** กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2549). **แบบฝึกคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 ม.6 ภาคเรียนที่ 1.** กรุงเทพฯ : แม็คจำกัด
- มาริสาว ทัตถญา. (2554). **คู่มือคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.4 – 6 เล่ม 3.** กรุงเทพฯ : พีบีซี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. สถาบัน. (2558). **คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 .** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิชย์. (2554). **คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ม.4 – 5 – 6 (รายวิชาพื้นฐาน).** กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง.





